第 2 講　順列

PART1　順列

1　[1]　父母と子供 3 人が 1 列に並ぶとき，次の問いに答えよ。

(1)　父母が両端にくる場合は何通りあるか。

(2)　父母の間に子供が 2 人以上入る場合は何通りあるか。

[2]　6 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 から異なる 3 個の数字を選んで 3 桁の整数をつくる。このとき，次のものは何個できるか。

(1)　3 の倍数　　　(2)　324 より小さい整数

Point Pickup

[1]　条件がついている部分を最優先に処理するとよい。

(2)　父母の間に入る子供の人数は 3 人，2 人，1 人，0 人の場合がある。

・条件に当てはまるものの総数をすべて求める。

・すべての並び方の総数から条件に当てはまらないものの総数を除いて求める。

[2]　0 は最高位にくることができないことに注意。

(1)　3 の倍数となる数字の組合せを求め，それぞれの組合せにおける順列を求める。

(2)　最高位を固定し，残りの桁の数字を決める。

第 2 講　PART1　確認問題

1　A，B，C，D，E，F の 6 人が 1 列に並ぶとき，次のような並び方は何通りあるか。

(1)　A，B が両端にくる並び方　[アイ] 通り

(2)　A，B の間に 2 人以上入る並び方　[ウエオ] 通り

5 個の数字 0，2，4，6，8 から異なる 3 個の数字を選んで 3 桁の整数をつくる。このとき，次のものは何個できるか。

2　3 の倍数　[カキ] 個

3　684 より小さい整数　[クケ] 個

第 2 講　順列

PART1　順列

1　[1]　父母と子供 3 人が 1 列に並ぶとき，次の問いに答えよ。

(1)　父母が両端にくる場合は何通りあるか。

(2)　父母の間に子供が 2 人以上入る場合は何通りあるか。

[2]　6 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 から異なる 3 個の数字を選んで 3 桁の整数をつくる。このとき，次のものは何個できるか。

(1)　3 の倍数　　　(2)　324 より小さい整数

[1]　(1)　両端の父母の並び方は　$2!$ 通り

そのそれぞれに対して，子供 3 人の並び方は　$3!$ 通り

よって，求める並び方の総数は　$2!\times 3!=2\times 6=12$（通り）

(2)　父母の間に子供が 3 人入るとき，(1)より 12 通り

父母の間に子供が 2 人のみ入るとき

父母の並び方は　$2!$ 通り

父母の間に入る子供 2 人の並び方は　${}_3P_2$ 通り

父母とその間に入る子供 2 人の 4 人を 1 組と考えると，その 1 組と残り 1 人の並び方は　$2!$ 通り

よって，並び方の総数は　$2!\times {}_3P_2\times 2!=2\times 6\times 2=24$（通り）

以上より，求める並び方の総数は　$12+24=36$（通り）

(別解)

父母と子供 3 人の 5 人の並び方の総数は　$5!=120$（通り）

このうち，父母の間に子供が 2 人以上入らないのは以下の(i)，(ii)のとき

(i)　父母が隣り合うとき　　(ii)　父母の間に子供が 1 人のみ入るとき

(i)のとき

父母の並び方は　$2!$ 通り

父母を 1 組として考えると，その 1 組と残り 3 人の並び方は　$4!$ 通り

よって，並び方の総数は　$2!\times 4!=2\times 24=48$（通り）

(ii)のとき

父母の並び方は　$2!$ 通り

父母の間に入る子供1人の選び方は　3通り

父母とその間に入る子供1人の3人を1組と考えると，その1組と残り2人の並び方は　$3!$ 通り

よって，並び方の総数は　$2!\times3\times3!=2\times3\times6=36$（通り）

以上より，求める並び方の総数は　$120-(48+36)=36$（通り）

［2］ (1) 3の倍数となるのは，各位の数の和が3の倍数となるときである。

その3つの数の組合せは

(0, 1, 2), (0, 1, 5), (0, 2, 4), (0, 4, 5),

(1, 2, 3), (1, 3, 5), (2, 3, 4), (3, 4, 5)

の8通りである。このうち

0を含むもの(4組)

百の位は0以外の数であるから，できる整数の個数は　$2\times2!=4$（個）

0を含まないもの(4組)

できる整数の個数は　$3!=6$（個）

したがって，求める整数の個数は　$4\times4+6\times4=40$（個）

(2) 百の位が1または2のとき

十，一の位は残り5つの数から2つ取る順列で　${}_5P_2$ 通り

よって，できる整数の個数は　$2\times{}_5P_2=2\times20=40$（個）

百の位が3，十の位が0または1のとき

一の位は残り4つの数から1つ選ぶ4通り

よって，できる整数の個数は　$2\times4=8$（個）

百の位が3，十の位が2のとき

一の位は0または1の2通り

よって，できる整数の個数は　2個

以上より，求める整数の個数は　$40+8+2=50$（個）

第2講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] アイ：48，ウエオ：288

[解説]

(1)　両端のA，Bの並び方は　　　A○○○○B

$2!$ 通り　[A]

そのそれぞれに対して，C，D，E，Fの4人の並び方は　$4!$ 通り

よって，求める並び方の総数は

$2! \times 4! = 2 \times 24 = 48$（通り）

[A]　条件がついている部分から最優先で処理する。ここでは，「両端」の条件から考える。

(2)　A，Bの間に2人以上入るのは，次の3つの場合である。

(i)　A，Bの間に2人のみ入るとき　[B]

A，Bの並び方は　$2!$ 通り　A○○B○○

A，Bの間に入る2人の並び方は　${}_4P_2$ 通り

A，Bとその間に入る2人の4人を1組と考えると，その1組と残り2人の並び方は　$3!$ 通り

よって，並び方の総数は

$2! \times {}_4P_2 \times 3! = 2 \times 12 \times 6 = 144$（通り）

[B]　条件に当てはまる「間に入る人数」を，すべて場合分けして考える。

(ii)　A，Bの間に3人のみ入るとき

A，Bの並び方は　$2!$ 通り　A○○○B○

A，Bの間に入る3人の並び方は　${}_4P_3$ 通り

A，Bとその間に入る3人の5人を1組と考えると，その1組と残り1人の並び方は　$2!$ 通り

よって，並び方の総数は

$2! \times {}_4P_3 \times 2! = 2 \times 24 \times 2 = 96$（通り）

(iii)　A，Bの間に4人が入るのは，A，Bが両端にくる並び方であるから　48（通り）

(i)～(iii)より，求める並び方の総数は

$144 + 96 + 48 = 288$（通り）

（別解）　[C]

A，B，C，D，E，F の 6 人の並び方の総数は

$6!=720$（通り）

このうち，A，B の間に 2 人以上入らないのは，次の(i)，(ii)のとき

(i)　A，B が隣り合うとき

(ii)　A，B の間に 1 人のみ入るとき

(i)のとき　[A][B]○○○○

A，B の並び方は　2! 通り

A，B を 1 組として考えると，その 1 組と残り 4 人の並び方は　5! 通り

よって，並び方の総数は

$2!\times5!=2\times120=240$（通り）

(ii)のとき　[A]○[B]○○○

A，B の並び方は　2! 通り

A，B の間に入る 1 人の選び方は　4 通り

A, B とその間に入る 1 人の 3 人を 1 組と考えると，その 1 組と残り 3 人の並び方は　4! 通り

よって，並び方の総数は

$2!\times4\times4!=2\times4\times24=192$（通り）

(i)，(ii)より，求める並び方の総数は

$720-(240+192)=288$（通り）

[C]　すべての並び方の総数から，条件に当てはまらないものの総数を除いて求める。

2 [正解] カキ：20

[解説]

3 の倍数となるのは，各位の数の和が 3 の倍数となるときである。その 3 つの数の組合せは

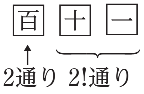
(0，2，4)，(0，4，8)，

(2，4，6)，(4，6，8)

の 4 通りである。このうち

(i)　0 を含むもの(2 組) [D]

百の位は 0 以外の数であるから，できる整数の個数は



$2\times2!=4$（個）

(ii)　0 を含まないもの(2 組)

できる整数の個数は　$3!=6$（個）

(i)，(ii)より，求める整数の個数は

$4\times2+6\times2=\mathbf{20}$（個）

[D]　0 は最高位にできない。

3 **[正解]** クケ：35

[解説]

684 より小さい整数について,

(i)　百の位が 2 または 4 のとき [E]

十, 一の位は残り 4 つの数から 2 つ取る順列で

$_4P_2$ 通り

よって，できる整数の個数は

$_4P_2\times2=12\times2=24$（個）

(ii)　百の位が 6, 十の位が 0 または 2 または 4 のとき

一の位は残り 3 つの数から 1 つ選ぶ 3 通り

よって，できる整数の個数は

$3\times3=9$（個）

(iii)　百の位が 6，十の位が 8 のとき

一の位は 0 または 2 であるから 2 通り

よって，できる整数の個数は 2 個

(i)～(iii)より，求める整数の個数は

$24+9+2=\mathbf{35}$（個）

[E]　最高位から考える。